

Funkcie viac premenných

Nech je M neprázdna podmnožina n -rozmerného euklid. priestoru

$$M \subset \mathbf{E}_n, n \geq 1, M \neq \emptyset.$$

Zobrazenie f z množiny M do $\mathbf{R}$, ktoré každému bodu $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]$ priestoru $\mathbf{E}_n$ priradí práve jedno reálne číslo, budeme nazývať reálna funkcia n reálnych premenných.

$$f: M \rightarrow \mathbf{R}, X \rightarrow f(X)$$

Množina M sa nazýva obor definície funkcie f - tiež $D(f)$.

Obraz bodu $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in M$ v zobrazení f , reálne číslo, ktoré je priradené bodu X , označujeme $y = f(X) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ a nazývame hodnotu funkcie f v bode X .

Obor hodnôt funkcie f je množina

$$H(f) = \{y \in \mathbf{R}; \exists X \in D(f), y = f(X)\}$$

Pre $n = 2$ namiesto $f(x_1, x_2)$ píšeme aj $f(x, y)$

Pre $n = 3$ používame namiesto $f(x_1, x_2, x_3)$ najčastejšie zápis $f(x, y, z)$.

Funkcia n premenných je jednoznačne určená svojim definičným oborom $D(f) \subset E_n$ a pravidlom (funkčným predpisom), podľa ktorého je každému bodu $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in D(f)$ priradené práve jedno číslo nazývané funkčná hodnota $f(X)$.

Tak ako pri funkcii jednej premennej môže byť funkčný predpis daný rôznymi spôsobmi

slovne

tabuľkou hodnôt

grafom

analyticky - pomocou matematického výrazu alebo rovnice.

Nech f je funkcia n premenných definovaná na množine M bodov priestoru E_n , $n \geq 1$. **Grafom** funkcie f nazývame množinu $G(f)$ všetkých takých bodov $[x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}] \in E_{n+1}$, pre ktoré platí:

1. $[x_1, x_2, \dots, x_n] \in M$
2. $x_{n+1} = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Geometricky môžeme bezprostredne znázorniť len graf funkcie jednej a dvoch premenných.

Grafom funkcie jednej premennej $y = f(x)$ je rovinná krivka.

Grafom funkcie dvoch premenných $f(x,y)$ definovanej na množine $D(f)$ bodov priestoru E_2 je množina všetkých tých bodov $[x, y, z]$ priestoru E_3 , pre ktoré platí:

1. $[x, y] \in D(f)$

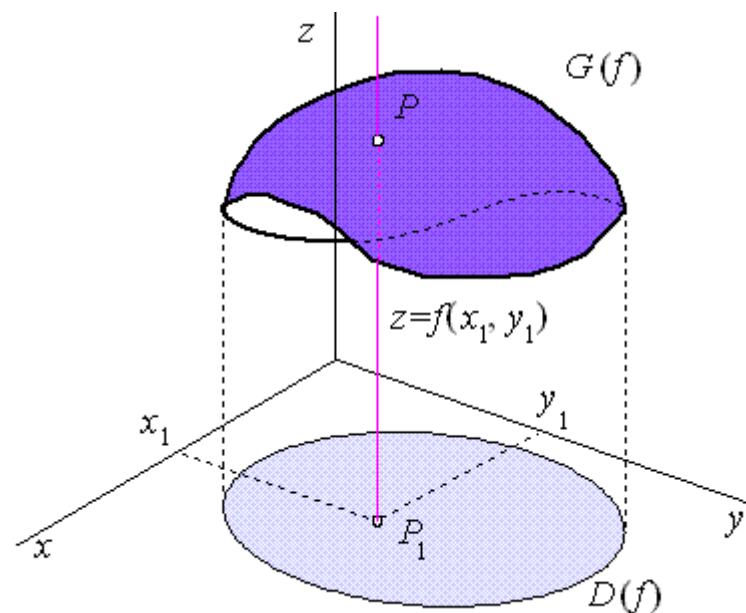
2. $z = f(x, y)$

$$G(f) = \{[x, y, z] \in E_3: [x, y] \in D(f), z = f(x, y)\}$$

Graf funkcie dvoch premenných $f(x, y)$ je množina tých bodov $[x, y, z]$ priestoru, ktorých súradnice spĺňajú rovnicu

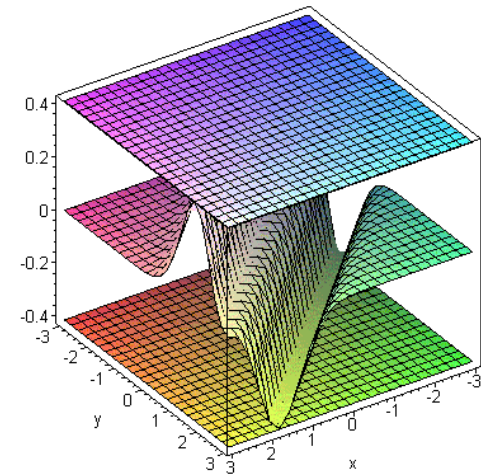
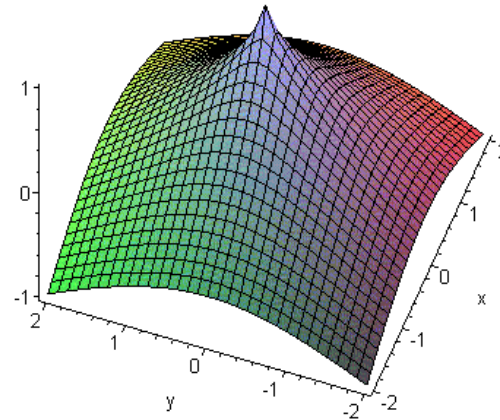
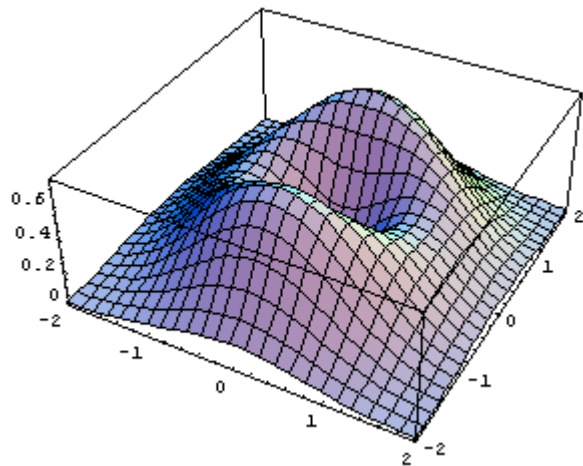
$$z = f(x, y)$$

teda plocha $G(f)$ v priestore E_3 .



Platí:

1. Kolmý priemet grafu funkcie $f(x, y)$ do roviny R_{xy} je obor definície $D(f)$ funkcie $f(x, y)$.
2. Každá priamka rovnobežná so súradnicovou osou z má najviac jeden priesečník s grafom funkcie $f(x, y)$.



Graf funkcie $f(x, y)$ môžeme zobrazit' metódami deskriptívnej geometrie v niektorej so známych premietacích metód.