KONVEXNOSŤ, KONKÁVNOSŤ INFLEXNÉ BODY FUNKCIE

Konvexnosť, konkávnosť funkcie

Nech je funkcia $f(x)$ spojitá na intervale J a v každom vnútornom bode intervalu má druhú deriváciu.

Ak pre každé x z vnútra intervalu J platí

$$f''(x) > 0 \quad (f''(x) < 0),$$

tak hovoríme, že funkcia f je na intervale J konvexná (konkávna).

Dôsledok

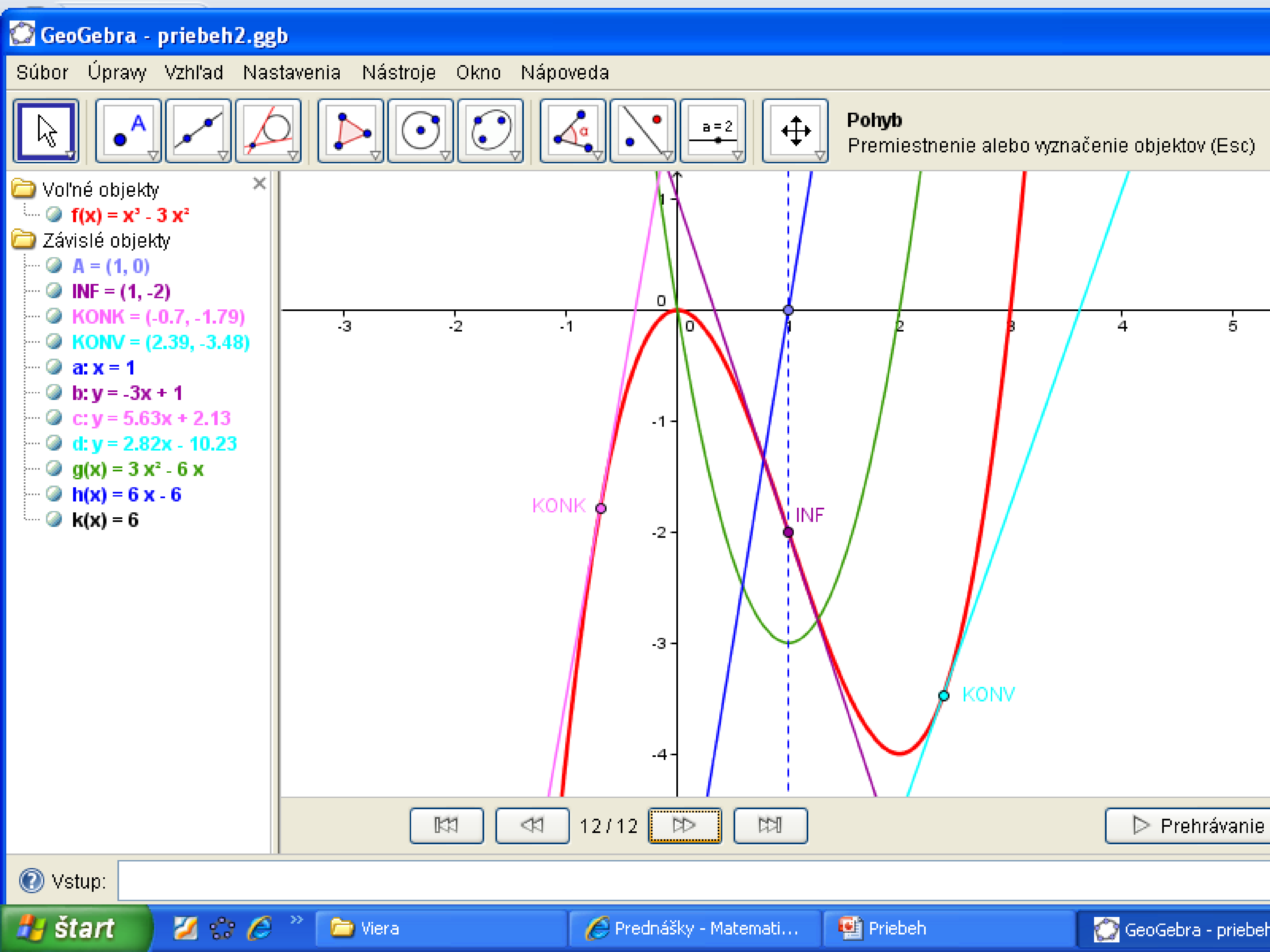
Pre súradnice [x, y] ľubovoľného bodu dotyčnice platí nerovnosť

$$y < y_0 \; k(x - x_0)$$

$$(\; y < y_0 \; k(x - x_0) \;)$$

Geometrická interpretácia

Funkcia f spojitá na intervale $J \subset R$, ktorá má v každom vnútornom bode intervalu deriváciu $f\,'$, je konvexná (konkávna) na intervale J, ak pre každú dotyčnicu ku grafu funkcie platí, že všetky body grafu okrem dotykového bodu ležia nad (pod) touto dotyčnicou.


GeoGebra - priebeh2.ggb
Súbor Úpravy Vzhľad Nastavenia Nástroje Okno Nápoveda
Pohyb
Premiestnenie alebo vyznačenie objektov (Esc)
Voľné objekty
f(x) = x³ - 3 x²
Závislé objekty
A = (1, 0)
INF = (1, -2)
KONK = (-0.7, -1.79)
KONV = (2.39, -3.48)
a: x = 1
b: y = -3x + 1
c: y = 5.63x + 2.13
d: y = 2.82x - 10.23
g(x) = 3 x² - 6 x
h(x) = 6 x - 6
k(x) = 6
KONK
INF
KONV
12 / 12
Prehrávanie
Vstup:
Štart
Viera
Prednášky - Matemati...
Priebeh
GeoGebra - priebeh

Inflexný bod funkcie

Bod x_0 funkcie *f*, v ktorom má funkcia deriváciu, nazývame inflexný bod, ak je funkcia na istom ľavom okolí bodu x_0 konvexná (konkávna) a v istom pravom okolí bodu x_0 je funkcia konkávna (konvexná).

Aj je bod x_0 inflexným bodom funkcie *f*,

potom bod $P_0 = [x_0, f(x_0)]$ na grafe funkcie *f* je inflexným bodom grafu funkcie.

Geometrická interpretácia

Graf funkcie prechádza v inflexnom bode z jednej polroviny určenej dotyčnicou do opačnej polroviny.

Postačujúca podmienka existencie inflexného bodu

Nech má funkcia f v bode x_0 tretiu deriváciu a nech $f''(x_0) = 0$, $f^{(3)}(x_0) \neq 0$.

Potom bod x_0 je inflexný bod funkcie f.

Nech $f'(x_0) = f''(x_0) = ... = f^{(n-1)}(x_0) = 0$, ale $f^{(n)}(x_0) \neq 0$.

Ak je n párne číslo, potom má funkcia v bode x_0 ostrý lokálny extrém

maximum, ak je $f^{(n)}(x_0) > 0$

minimum, ak je $f^{(n)}(x_0) < 0$.

Vyšetrovanie priebehu funkcie

1. Určiť obor definície funkcie, nájsť body nespojitosti a nulové body funkcie
2. Určiť intervaly, na ktorých je funkcia rýdzo monotónna, a určiť body, v ktorých funkcia nadobúda lokálne (globálne) extrémy
3. Nájsť inflexné body a určiť intervaly, na ktorých je funkcia konvexná, konkávna
4. Nájsť rovnice asymptôt grafu funkcie
5. Zistiť párnosť/nepárnosť funkcie, príp. periodicitu
6. Vypočítať súradnice niekoľkých bodov grafu funkcie – zostaviť tabuľku hodnôt funkcie
7. Načrtnúť graf funkcie