

DERIVÁCIE VYŠŠÍCH RÁDOV

Nech je funkcia f diferencovateľná na množine M
a nech jej derivácia f' má deriváciu v každom bode
množiny M .

Potom túto deriváciu nazývame

druhá derivácia funkcie f

a označujeme ju f''

$$f''(x) = [f'(x)]' \text{ pre všetky } x \in M.$$

Derivácia n -tého rádu

Nech má funkcia f na množine M derivácie $(n-1)$ -rádu, pre $n \in \mathbb{N}$. Ak existuje derivácia derivácie $(n-1)$ -rádu funkcie f pre každé $x \in M$, potom ju nazývame **derivácia n -tého rádu**, alebo **n -tá derivácia** a označujeme $f^{(n)}$

$$f^{(n)}(x) = [f^{(n-1)}(x)]' \quad \text{pre všetky } x \in M.$$

Diferenciál funkcie

Nech je funkcia f definovaná a diferencovateľná na nejakom okolí bodu x_0 .

Rozdiel
$$\Delta f = f(x) - f(x_0)$$

nazývame **prírastok – diferencia** funkcie f pre prírastok

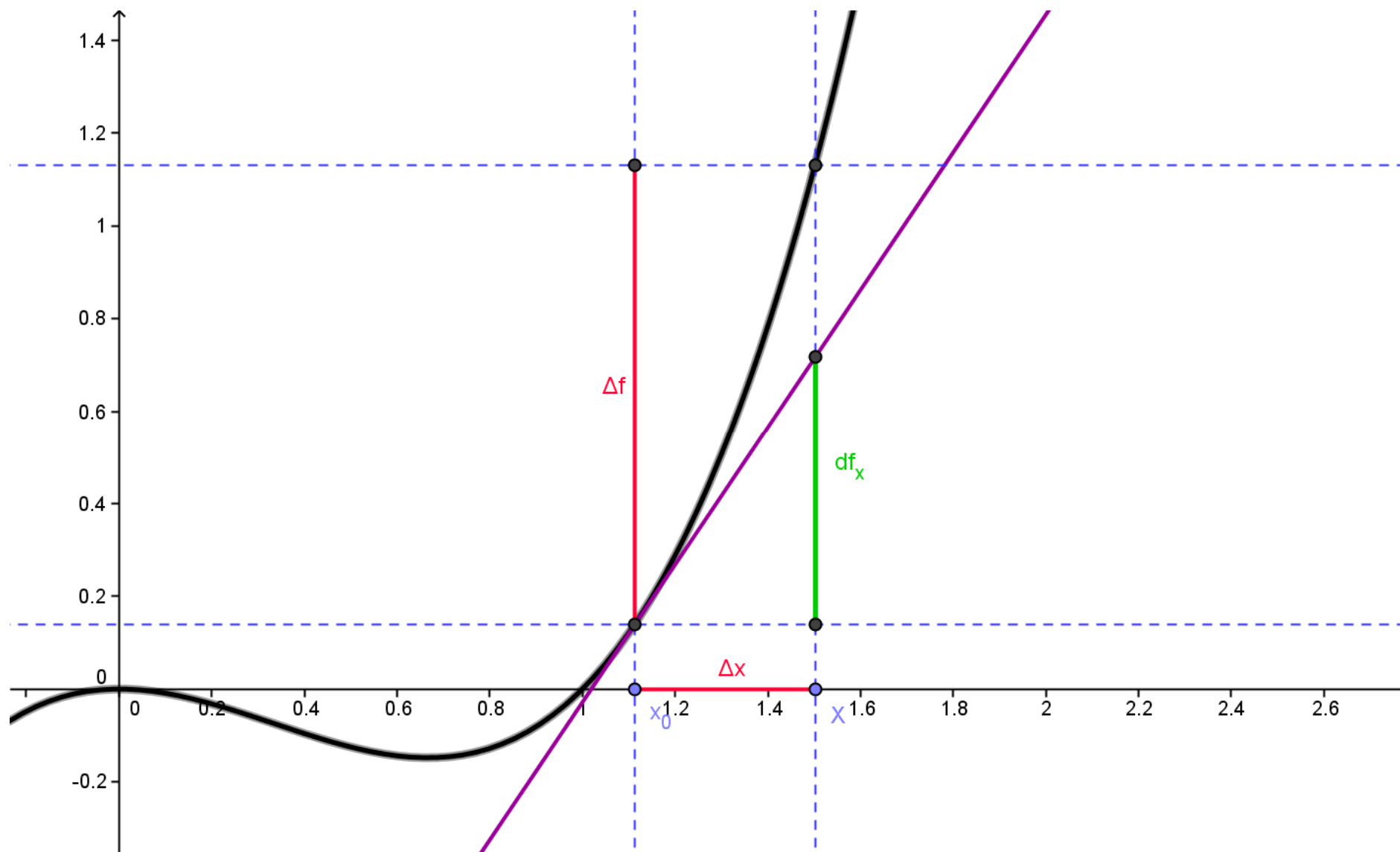
$$\Delta x = x - x_0$$

Výraz $f'(x_0)(x - x_0)$

nazývame **diferenciál** funkcie v bode x_0 a označujeme

$$df_{x_0}(x) = f'(x_0)(x - x_0)$$

Geometrický význam diferenciálu funkce



Taylorov polynóm

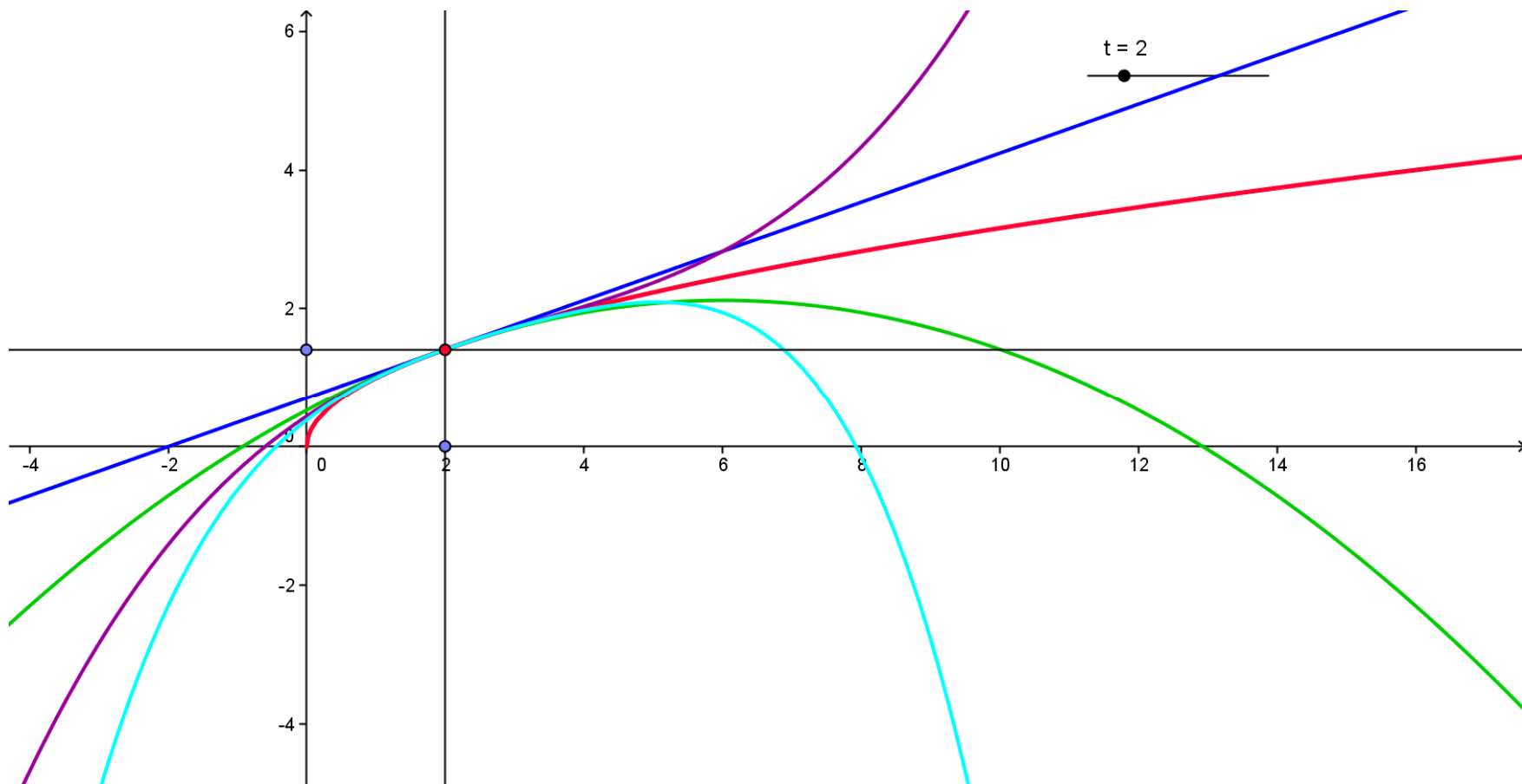
Nech má funkcia f v bode x_0 derivácie až do n -tého rádu, pre $n \in \mathbb{N}$.

Polynóm

$$T_n(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n = \sum_{i=0}^n \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!}(x - x_0)^i$$

nazývame n -tý Taylorov polynóm funkcie f v bode x_0 , pre $f^{(0)}(x_0) = f(x_0)$, $0! = 1$.

Geometrická interpretácia



Hodnota funkcie v bode

$$f(x) = \sqrt{x} \quad x_0 = 4$$

$$f(4,1) = 2,024845673131658$$

$$T_1(x) = 2 + \frac{x-4}{4}$$

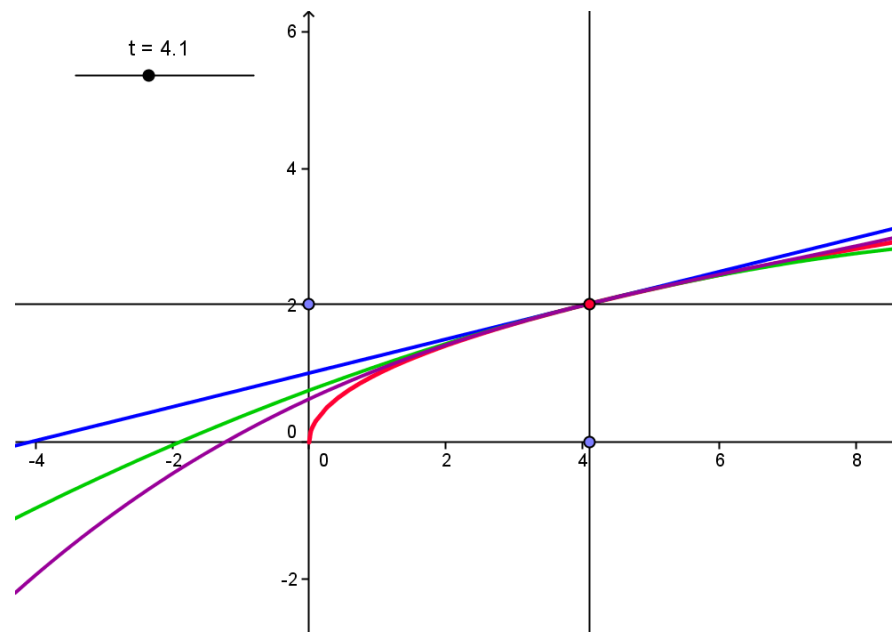
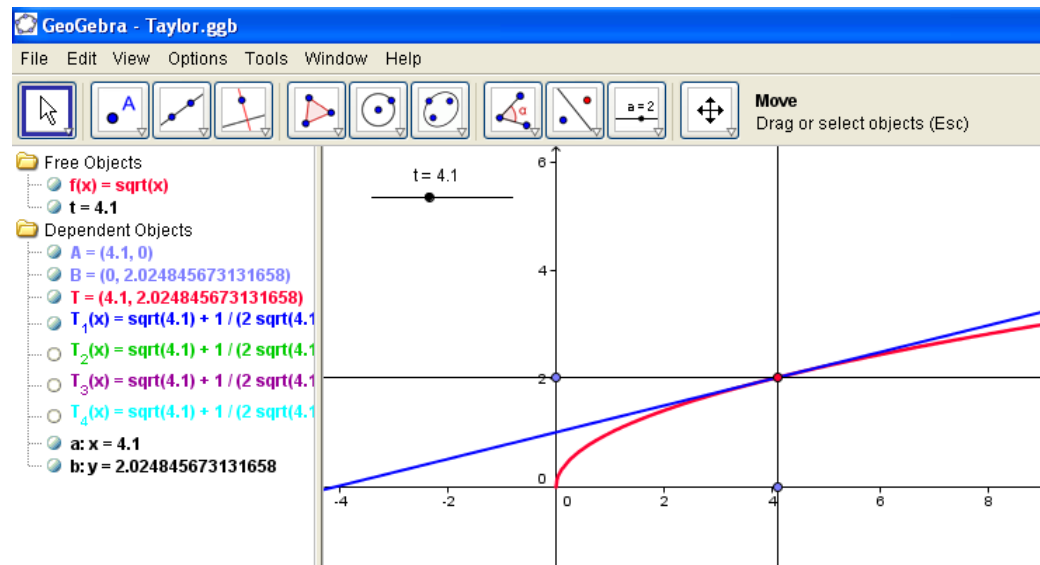
$$T_1(4,1) = 2,025$$

$$T_2(x) = 2 + \frac{x-4}{4} - \frac{(x-4)^2}{64}$$

$$T_2(4,1) = 2,02484375$$

$$T_3(x) = 2 + \frac{x-4}{4} - \frac{(x-4)^2}{64} + \frac{(x-4)^3}{512}$$

$$T_3(4,1) = 2,024845703125$$



L'Hospitalovo pravidlo

sa používa pri výpočte limity funkcie vedúcej
k niektorému z neurčitých výrazov typu

$$\frac{0}{0} \quad \frac{\infty}{\infty} \quad 0 \cdot \infty \quad \infty - \infty \quad 0^0 \quad 1^\infty \quad \infty^0$$

L'Hospitalovo pravidlo

Nech platí $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

alebo $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow a} |g(x)| = \infty$

a nech existuje vlastná alebo nevlastná limita

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$. Potom existuje aj $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$

a platí $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Poznámky

1. Pravidlo platí aj v prípade jednostranných limít a limít v nevlastnom bode.
2. Pokiaľ sú splnené predpoklady, môžeme pravidlo použiť viackrát po sebe.