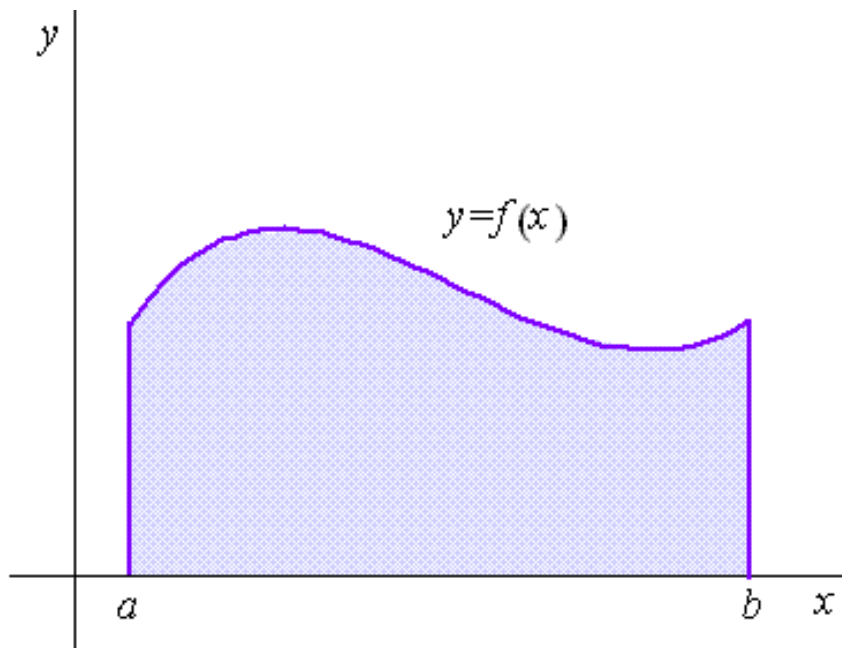


GEOMETRICKÉ APLIKÁCIE URČITÝCH INTEGRÁLOV

Obsah krivočiareho lichobežníka

Nech je funkcia $f(x)$ spojitá a nezáporná na $J = \langle a, b \rangle$.



$$KL = \{ [x, y] \in R^2; a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq f(x) \}$$

$$P(KL) = \int_a^b f(x) dx$$

Obsah krivočiareho lichobežníka

Ak je funkcia $f(x) \leq 0$ pre $x \in \langle a, b \rangle$, potom bude aj

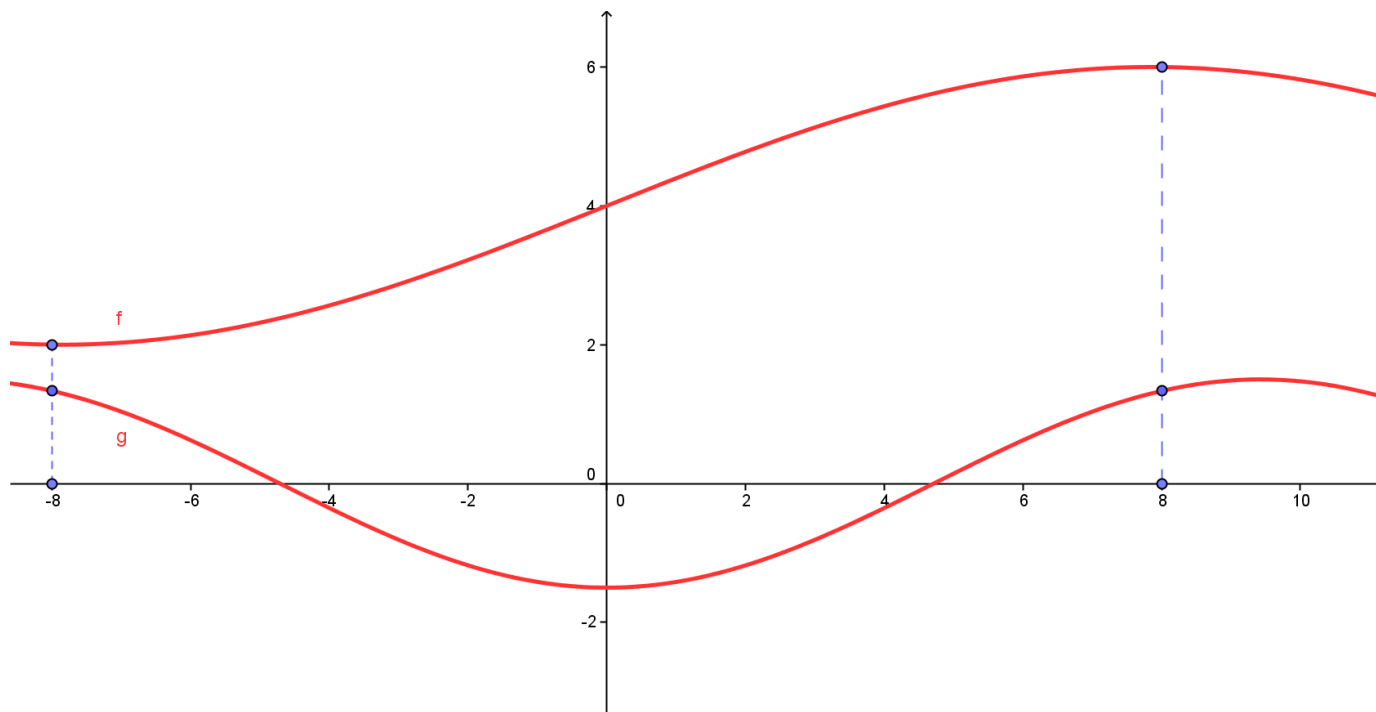
$$\int_a^b f(x) dx \leq 0$$

a obsah príslušného krivočiareho obdĺžnika vypočítame podľa vzorca

$$P(KL) = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

Obsah elementárnej oblasti

Nech sú funkcie $f(x)$ a $g(x)$ spojité na $J = \langle a, b \rangle$.

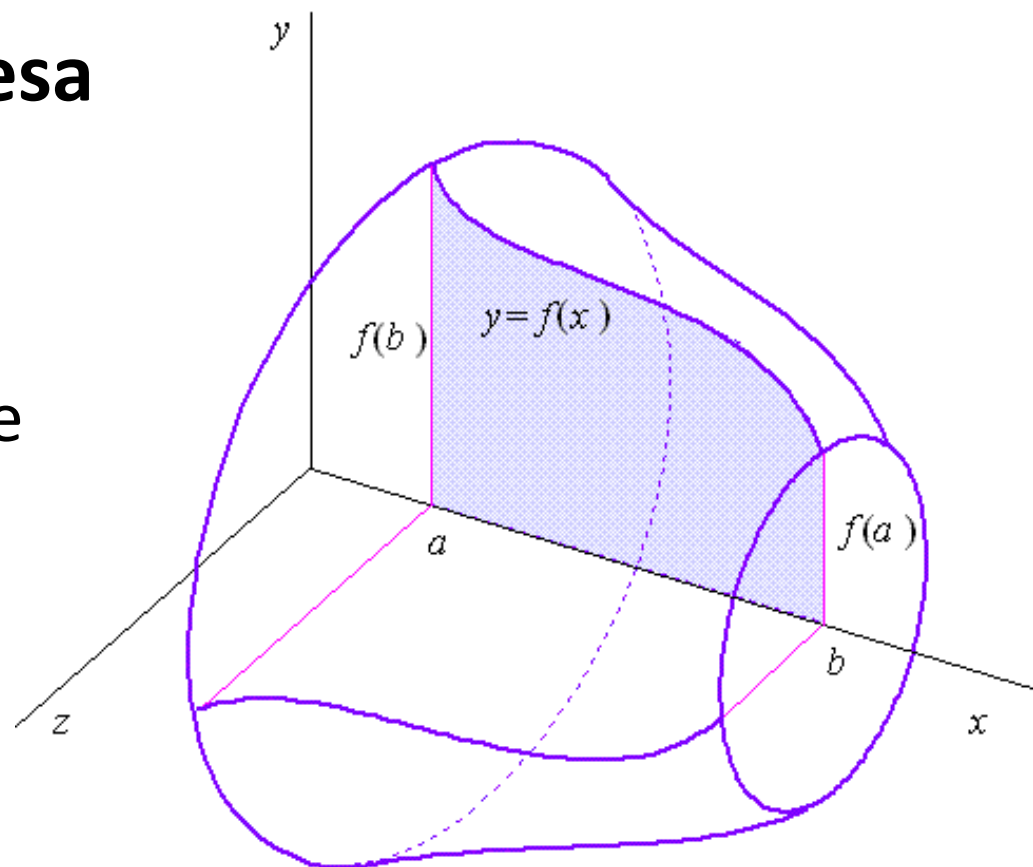


$$EO = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq f(x)\}$$

$$P(EO) = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

Objem rotačného telesa

Rotáciou krivočiareho lichobežníka KL okolo súradnicovej osi x vznikne rotačné teleso.

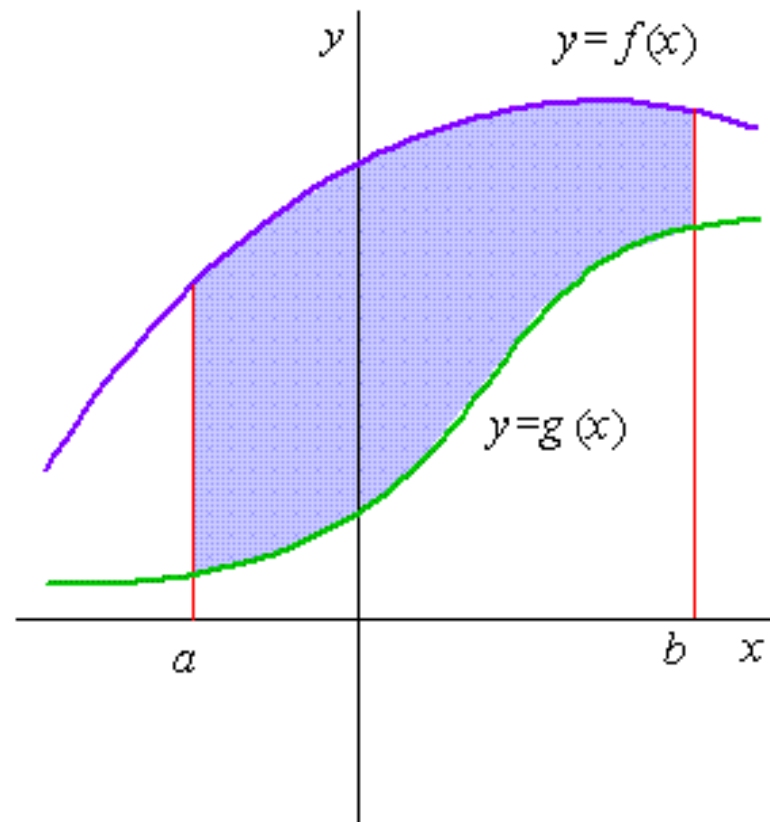


$$KL = \{[x, y] \in R^2; a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq f(x)\}$$

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Objem rotačného telesa

Rotáciou elementárnej oblasti EO okolo súradnicovej osi x vznikne rotačné teleso.

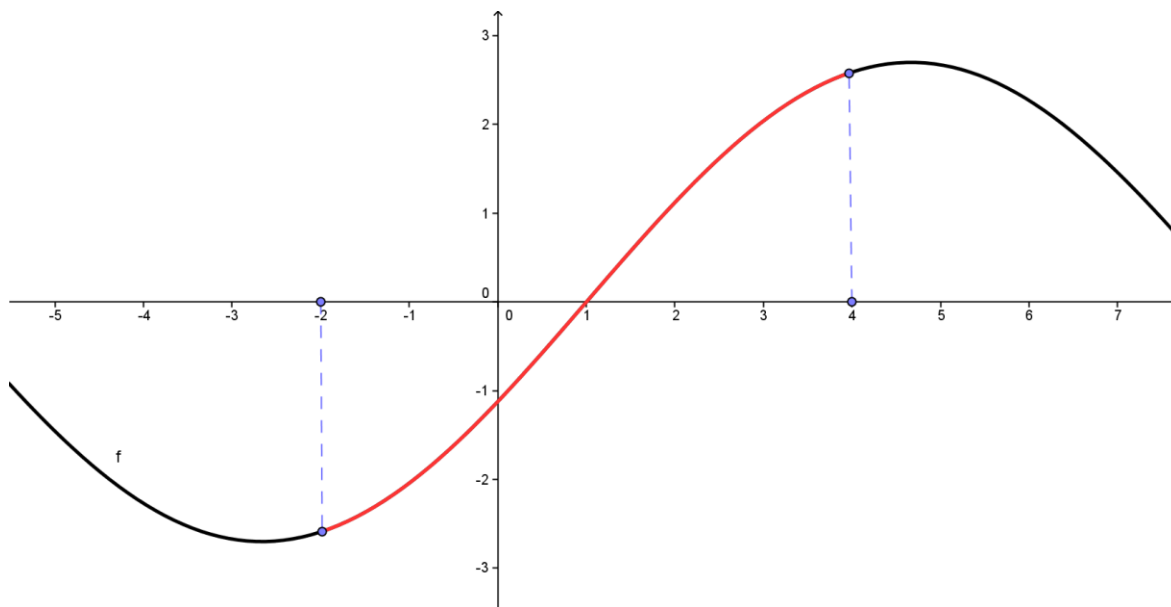


$$EO = \{ [x, y] \in R^2; a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq f(x) \}$$

$$V = \pi \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx$$

Dĺžka oblúka rovinnej krivky

Nech je oblúk rovinnej krivky grafom funkcie $f(x)$ spojitej na $J = \langle a, b \rangle$ a nech na J existuje spojitá derivácia $f'(x)$.

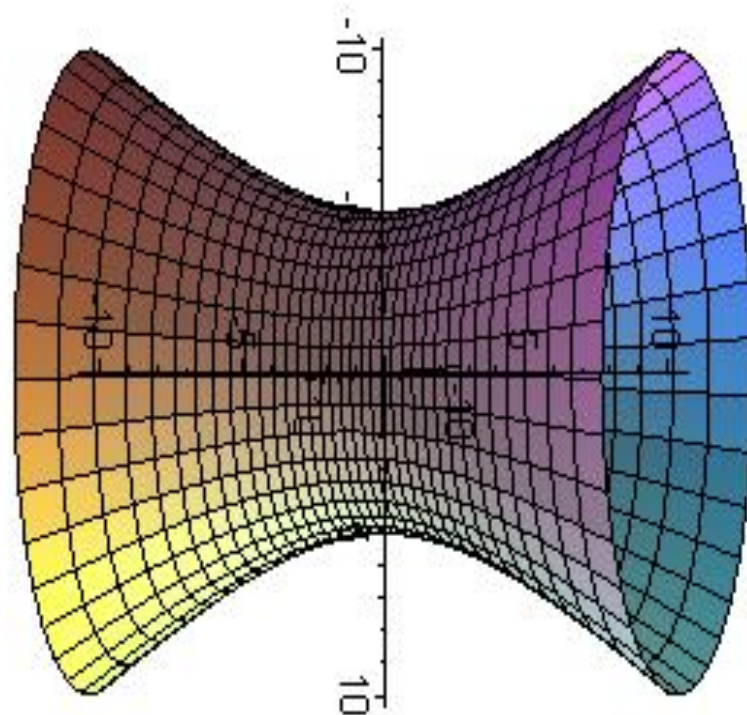


$$K = \{[x, y] \in R^2; a \leq x \leq b, y = f(x)\}$$

$$D(K) = l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Obsah (povrch) rotačnej plochy

Rotáciou oblúka
rovinnej krivky K
okolo súradnicovej osi x
vznikne rotačná plocha.



$$K = \{[x, y] \in R^2; a \leq x \leq b, y = f(x)\}$$

$$S = 2\pi \int_a^b |f(x)| \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$