

ÚLOHY O VEKTOROCH

Príklad 1: Sú vektory $\mathbf{a} = (-1, 2, 1)$ a $\mathbf{b} = (1, 0, 1)$ kolmé? Prečo?

Riešenie: Áno, pretože $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$

Príklad 2: Nájdite vektor kolmý na vektory $\mathbf{a} = (1, 0, 1)$, $\mathbf{b} = (-1, 1, 0)$.

Riešenie: $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (-1, -1, 1)$

Príklad 3: Sú vektory $\mathbf{a} = (-1, 2, 4)$, $\mathbf{b} = (3, 0, 2)$, $\mathbf{c} = (-2, 1, 4)$ komplanárne?

Riešenie: Nie, $[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}] = -18$.

Príklad 4: Zistiť veľkosť vektora $\mathbf{a} = (-1, 2, 2)$, $\mathbf{b} = (1, 0, 0)$, $\mathbf{c} = (3, -2, 6)$.

Riešenie: $|\mathbf{a}| = 3$, $|\mathbf{b}| = 1$, $|\mathbf{c}| = 7$

Príklad 5: Nájdite súčet a rozdiel vektorov $\mathbf{a} = (2, 1, 3)$, $\mathbf{b} = (1, -1, 0)$ a ich veľkosť.

Riešenie: $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (3, 0, 3)$, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = 3\sqrt{2}$; $\mathbf{a} - \mathbf{b} = (1, 2, 3)$, $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = \sqrt{14}$,

Príklad 6: Zistite veľkosť uhla vektorov $\mathbf{a} = (6, 0, 3)$ a $\mathbf{b} = (2, 5, 4)$.

Riešenie: $\cos \alpha = 24/45$, $\alpha = 57^\circ 77'$

Príklad 7: Zistite, aký uhol zvierajú vektory $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, ak platí: vektor $\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ je kolmý na vektor $7\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$ a vektor $\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ je kolmý na vektor $7\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$.

Riešenie: $\alpha = 60^\circ$

Príklad 8: Vypočítajte obsah rovnobežníka $ABCD$ s vrcholmi

$A = [0, 4, 7]$, $B = [2, 2, 2]$, $D = [6, 1, 5]$.

Riešenie: $P = \sqrt{833}$

Príklad 9: Vypočítajte obsah trojuholníka $A = [3, 1, 4]$, $B = [0, 2, 1]$, $C = [5, 0, 8]$.

Riešenie: $P = \sqrt{38} / 2$

Príklad 10: Zistite, či je štvoruholník $ABCD$ štvorec, ak

$A = [5, 2, 6]$, $B = [6, 4, 4]$, $C = [4, 3, 2]$, $D = [3, 1, 4]$.

Riešenie: Áno.

$\mathbf{a} = AB$, $\mathbf{b} = BC$, $\mathbf{c} = CD$, $\mathbf{d} = DA$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0 \Rightarrow \mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{d} = 0 \Rightarrow \mathbf{a} \perp \mathbf{d}$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = 0 \Rightarrow \mathbf{a} \perp \mathbf{c}$,
 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = |\mathbf{c}| = |\mathbf{d}| = 3$.

Príklad 11: Vypočítajte objem rovnobežnostena $ABCD A'B'C'D'$ s vrcholmi

$A = [0, 0, 0]$, $B = [0, 4, 4]$, $C = [3, 4, 0]$, $E = [5, 0, 3]$.

Riešenie: 116

Príklad 12: Vypočítajte objem štvorstena s vrcholmi

$A = [1, -5, 4]$, $B = [0, 3, 1]$, $C = [-2, -4, 3]$, $D = [-4, 4, -2]$.

Riešenie: 41/6