

## MATHEMATICA 2.2

- <SHIFT> + <ENTER> - vykonanie príkazu (význam ako <ENTER>)  
 <SHIFT> + <ALT> - prepnutie klávesnice (anglická  $\leftrightarrow$  slovenská)  
 <CTRL> + <L> - kopírovanie posledného vstupu ( ! ak po poslednom vstupe nevykonám žiaden ďalší príkaz ! )

### Vstup/výstup:

	Zápis	Poznámka
vstup	In[číslo]	označenie vstupu
výstup	Out[číslo]	označenie výstupu (rovnaké číslo ako na vstupe, ku ktorému sa viaže)

### Operácie :

- vyhodnocujú sa zľava doprava
- priorita:
  1. umocňovanie
  2. súčin/podiel
  3. súčet/rozdiel
- zmena priority – okrúhle zátvorky

$x + y$	$x + y$	súčet
$x - y$	$x - y$	rozdiel
$x \cdot y$	$x * y$	súčin
$x : y$	$x / y$	podiel
$x^n$	$x^n$	mocnina
$\sqrt[n]{x}$	$x^{(1/n)}$	odmocnina

### Relačné operátory:

<	<	znak menší
>	>	znak väčší
$\leq$	$\leq$	znak menší alebo rovný
$\geq$	$\geq$	znak väčší alebo rovný
=	==	rovnosť (v rovnici)
$\neq$	!=	znak nerovnosti

### Základné preddefinované konštanty:

$\pi$	Pi	Ludolfovo číslo (3,14159...)
e	E	základ prirodzených logaritmov (2,7128...)
i	I	imaginárna jednotka $i$ ( ! <i>Nepoužívať na iné označenie !</i> )
$\infty$	Infinity	+ nekonečno
$-\infty$	-Infinity	- nekonečno
stupeň (°)	Degree	prevod stupňov na radiány ( $\pi/180$ )

### Základné implementované funkcie:

$\sqrt{x}$	Sqrt[x]	<b>! len pre druhú odmocninu !</b>
$e^x$	Exp[x] E^x	
$\ln x$	Log[x]	prirodzený logaritmus ( $\ln_e x$ )
$\log_b x$	Log[b,x]	logaritmus pri ľubovoľnom základe $b$

### Trigonometrické funkcie:

( ! premenná x vždy v radiánoch ! )

	Zápis	
$\sin x$	Sin[x]	
$\cos x$	Cos[x]	
$\operatorname{tg} x$	Tan[x]	
$\operatorname{cotg} x$	Cot[x]	
$\sec x$	Csc[x]	Csc[x]=1/ Sin[x]
$\operatorname{cosec} x$	Sec[x]	Sec[x]=1/ Cos[x]

### Cyklometrické funkcie

	Zápis
$\arcsin x$	ArcSin[x]
$\arccos x$	ArcCos[x]
$\operatorname{arctg} x$	ArcTan[x]
$\operatorname{arccotg} x$	ArcCot[x]

### Ďalšie funkcie:

$n!$	n!	n -faktoriál
$ x $	Abs[x]	absolútna hodnota z čísla x
$\max\{x_1, x_2, \dots\}$	Max[x1,x2,...]	maximum z čísiel x1, x2, .....
$\min\{x_1, x_2, \dots\}$	Min[x1,x2,...]	minimum z čísiel x1, x2, .....

### Približné hodnoty:

Zápis	Poznámka
Sqrt[číslo.]	približná (numerická) hodnota $\sqrt{\text{číslo}}$ (napr. $\sqrt{15}$ )
A	A = číslo -> tvaru zlomku, pod odmocninou, v logaritme, ...
A//N	približná (numerická) hodnota čísla A
N[A]	približná (numerická) hodnota čísla A
N[A,n]	približná (numerická) hodnota čísla A na n – desatinných miest
výraz//Simplify	zjednoduší výraz (premennej x)
%k//Simplify	zjednoduší výraz, ktorý je označený číslom k na výstupe, resp. vstupe (t.j. Out[k], resp. In[k])

### Odvolačanie sa výsledky (výstup) :

Out[n]	výsledok n-tého vstupu
%n	výsledok n-tého výstupu
%	posledný výstup
%%	predposledný výstup

### Práca s funkciou:

- $f[x]=$ výraz  
tento zápis funkciu **DEFINUJE !, KRESLÍ ! a MOŽNO !** do nej dosadzovať príkazom  $f[\text{číslo}]$
- $f[x]=$ výraz  
tento zápis funkciu **NEKRESLÍ ! a NEMÔŽEM !** do neho dosadzovať príkazom :  $f[\text{číslo}]$  , ale príkazom  **$f[x]/.x->\text{číslo}$**  (cez dosadzovací operátor)

$f[x]=$ výraz(premennej x)	definovanie funkcie jednej premennej : $y = f(x)$
$f[x_,y]=$ výraz(premennej x,y)	definovanie funkcie dvoch premenných : $z = f(x,y)$
$f[2]$	dosadenie hodnoty $x=2$ do predpisu funkcie $y = f(x)$ ( ! pre preddefinovanú $f(x)$ )
Clear[f]	vymazanie zadaných funkcií $f(x)$

### Dosadzovací operátor:

Zápis	Poznámka
výraz (premennej x) /.x->číslo	Do výrazu dosadí za x číslo
výraz (premennej x, y) /.{x->číslo1,y->číslo2}	Do výrazu dosadí za x číslo1 a za y číslo2

### Derivácia funkcie:

	Zápis	Poznámka
$f'(x)$	$D[f[x],x]$ alebo $f'[x]$	(prvá) derivácia funkcie $f(x)$ podľa $x$
$f''(x)$	$D[f[x],x,x]$ alebo $f''[x]$	druhá derivácia funkcie $f(x)$ podľa $x$
$f^{(n)}(x)$	$D[f[x],\{x,n\}]$	$n$ - tá derivácia funkcie $f(x)$ podľa $x$
$\frac{\partial f(x,y,\dots)}{\partial x \partial y \dots}$	$D[f[x,y,\dots],x,y,\dots]$	parciálna derivácia funkcie $f(x,y,\dots)$ podľa $x, y \dots$

### Integrovanie:

$\int f(x) dx$	Integrate[f[x],x]	neurčitý integrál $f(x)$ podľa $x$
$\int_a^b f(x) dx$	Integrate[f[x],{x,a,b}]	určitý integrál $f(x)$ podľa $x$ pre $x \in [a,b]$
$\int_a^b \int_c^d f(x,y) dx dy$	Integrate[f[x,y],{x,a,b},{y,c,d}]	Dvojný (určitý) integrál $f(x,y)$ podľa $x$ , podľa $y$ pre $x \in [a,b]$ a $y \in [c,d]$

### Graf funkcie, funkcií - v $E_2$ :

Zápis	Poznámka
Plot[f[x],{x,a,b}]	kreslí funkciu $y = f(x)$ pre $x \in [a,b]$
Plot[f[x],{x,a,b},PlotRange->{c,d}]	kreslí $y = f(x)$ pre $x \in [a,b]$ a $y \in [c,d]$
Plot[f[x],{x,a,b},AspectRatio->Automatic]	zrovná osi $x, y$ v rovnakej mierke, t.j. 1:1 <b>! používame pri kružnici (-iach) !</b>
Plot[f[x],{x,a,b},AspectRatio->1]	zobrazí rovnako dlhé úseky na osiach $x, y$
Plot[f[x],{x,a,b},PlotRange->All]	neusekne graf funkcie $y = f(x)$ pri kreslení
Plot[f[x],{x,a,b},PlotStyle->RGBColor[k,k,k]]	kreslí farebný graf $y = f(x)$ , $k \in [0,1]$ , R – red (červená), G – green (zelená), B – blue (modrá)
Plot[{f[x],g[x],h[x],...},{x,a,b}]	kreslí do jednej súradnicovej sústavy grafy funkcií $y = f(x)$ , $y = g(x)$ a $y = h(x)$ pre $x \in [a,b]$
Show[%k, %m, ..., *]	spojí grafy viacerých funkcií do jednej súradnicovej sústavy, pričom $k$ - číslo výstupu grafu funkcie nakreslenej príkazom Plot[f[x]...], $m$ - číslo výstupu grafu ďalšej funkcie nakreslenej príkazom Plot[g[x]...],...
Show[g1,g2, ..., *]	spojí grafy viacerých funkcií do jednej súradnicovej sústavy, pričom g1- označenie grafu funkcie nakreslenej príkazom Plot[f[x]...], g2- označenie grafu ďalšej funkcie nakreslenej príkazom Plot[g[x]...],...
<b>! príkazy PlotRange-&gt;{c,d}, PlotRange-&gt;All, AspectRatio-&gt;Automatic, AspectRatio-&gt;1 možno vkladať aj do uvedených príkazov Show[...] namiesto * !</b>	

### Graf funkcie, funkcií - v E<sub>3</sub>:

Plot3D[f[x,y], {x,a,b}, {y,c,d}, *]	kreslí graf funkcie $z = f(x,y)$ pre $x \in [a,b]$ a $y \in [c,d]$
Plot3D[{φ(u,v,w), ψ(u,v,w), χ(u,v,w)}, {u,u1,u2}, {v,v1,v2}, {w,w1,w2}, *]	kreslí funkciu $f(x, y, z)$ danú parametricky, kde : $x = \varphi(u,v,w)$ , $u \in [u1,u2]$ , $y = \psi(u,v,w)$ , $v \in [v1,v2]$ , $z = \chi(u,v,w)$ , $w \in [w1,w2]$
AxesLabel->{"x","y","z"}	v súradnicovom systéme označí súradnicové osi $x, y, z$ <b>! tento príkaz neexistuje samostatne</b> , ale v príkazoch Plot3D[...] vložený miesto * !
PlotPoints->číslo	zväčší hustotu deliacich bodov na grafe $z = f(x,y)$ , <b>! číslo &lt; 50 a tento príkaz neexistuje samostatne</b> , ale v príkazoch Plot3D[...] vložený miesto * !
ContourPlot[f[x,y], {x,xmin,xmax}, {y,ymin,ymax}]	kreslí graf $z = f(x,y)$ po vrstevniciach (tmavé miesta - minimá, svetlé miesta - maximá)
Show[%k,%m,...] , Show[g1,g2,...]	význam ako pri funkcii $y = f(x)$ <b>! (viď predchádzajúca tabuľka) !</b>

### Limity funkcie :

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	Limit[f[x],x->a]	limita funkcie pre $x \rightarrow a$
$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$	Limit[f[x],x->a,Direction->1]	limita funkcie pre $x \rightarrow a$ zľava
$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$	Limit[f[x],x->a,Direction->-1]	limita funkcie pre $x \rightarrow a$ sprava

### Pridanie hodnoty premenným:

x = číslo	premennej $x$ priradí číslo -> ! výsledok sa zobrazí !
x = číslo;	premennej $x$ priradí číslo -> ! výsledok sa nezobrazí !
x=.	zruší (vymaže) priradenie premennej $x$
Clear[x]	zruší (vymaže) priradenie premennej $x$

### Matice, determinanty:

	Zápis	Poznámka
$A_{3 \times 3}$	$A = \{\{a_{11}, a_{12}, a_{13}\}, \{a_{21}, a_{22}, a_{23}\}, \{a_{31}, a_{32}, a_{33}\}\}$	definovanie matice <b>A</b> (ako vektor – po riadkoch)
	MatrixForm[A]	vypíše maticu <b>A</b> v tvare tabuľky
<b>c.A</b>	$c * A$	súčin matice <b>A</b> a čísla $c \in R$
<b>A.B</b>	$A.B$	súčin matic <b>A</b> a <b>B</b>
$A^T$	Transpose[A]	transponovaná matica k matici <b>A</b>
$A^{-1}$	Inverse[A]	inverzná matica k matici <b>A</b>
$ A $	Det[A]	determinant matice <b>A</b>

**Rozklad polynómu :**

Nech  $P, Q, L, Z$  sú polynómy premennej  $x$  a nech  $\frac{P}{Q} = L + \frac{Z}{Q}$  :

PolynomialQuotient[P,Q,x]	vypočíta $L$
PolynomialRemainder[P,Q,x]	vypočíta $Z$
Apart[Z/Q]	rozloží $Z/Q$ na súčet parciálnych zlomkov ( <b>! pri komplex. koreňoch nerozkladá</b> )
Together[výraz]	dá všetky zlomky na spoločného menovateľa a upraví

**Riešenie rovníc:**

Zápis	Poznámka
Solve[rovnica,x] Solve[lavá strana rov. == pravá strana rov., x]	riešenie jednej rovnice s neznámou $x$
Solve[rovnica,x]/N Solve[lavá strana rov. == pravá strana rov., x]/N	<b>presné</b> riešenie jednej rovnice s neznámou $x$
FindRoot[rovnica, {x,b}]	Numerické riešenie rovnice s neznámou $x$ , ktoré hľadáme v okolí bodu $x = b$ <b>(! keď je rovnica transcendentná, t.j. jej riešenie nemožno nájsť algebraickou cestou !)</b>
Solve[{1.rovnica,2.rovnica,...},{1.neznáma, 2.neznáma,...}]	riešenie systému rovníc s viacerými neznámymi
Out {}	vypíše, ak rovnica, alebo systém rovníc nemá riešenie
napr. {x->12.45+5.47 z , y->-132-48.9 z}	vypíše, ak má systém rovníc nekonečne veľa riešení (v uvedenom príklade volíme $z = t, t \in R$ – parameter)